Введение

Любой астроном, находящийся на Земле, и изучающий что-либо в космосе, видит объект своего изучения сквозь атмосферу. При этом не важно даже, какие инструменты он использует. Единственное исключение – если астроном будет удаленно работать с космическими телескопами, но этот случай мы рассматривать не будем. И для того, чтобы понять, как же на самом деле излучает тот или иной объект, нужно учесть ослабление света при прохождении через атмосферу.

Ослабление света означает увеличение значения видимой звёздной величины объекта (увеличение – потому что звёздные величины измеряются не в прямой, а в обратной логарифмической шкале). Имеется в виду, что мы регистрируем более тусклый свет, чем, если бы мы зарегистрировали его, если бы атмосфера отсутствовала.

Ослабление тем существеннее, чем через больший слой атмосферы проходят лучи. Если объект находится в зените, то лучи от него проходят минимальный слой атмосферы (как мы дальше будем говорить, «одна воздушная масса»). Если же объект не в зените, путь лучей через атмосферу больше (более одной «воздушной массы»). Чем больше зенитное расстояние, тем существеннее ослабление света. Мы покажем, что ослабление, выраженное в изменении (увеличении) значения звёздной величины прямо пропорционально количеству воздушных масс, проходимых лучами света от данного объекта (точнее сказать, пропорционально количеству воздушных масс в эквивалентном слое однородной атмосферы, как если бы плотность всей атмосферы была такой же, как у поверхности Земли). Коэффициент этой пропорциональности мы и будем искать.

Зная зенитное расстояние, рассчитать количество воздушных масс относительно несложно. И далее, зная коэффициент ослабления, мы можем выразить, собственно, ослабление света. Но задача осложняется тем, что коэффициент ослабления – это не просто какая-то константа. Он зависит от различных факторов. В первую очередь, это место наблюдения, поэтому, говоря о коэффициенте ослабления, необходимо указывать, к какому месту он относится.

Другой фактор, от которого зависит коэффициент ослабления – это длина волны. Можно измерить не только видимую яркость звёзд в полном спектре, но и их видимую яркость на отдельных длинах волн, используя фильтры. И для каждого места наблюдения получаем не один коэффициент ослабления, а несколько – каждый для своей длины волны (либо для полного спектра).

Информация (т.е. значения коэффициентов ослабления), которую мы таким образом получаем – это «инструмент» для будущих исследований, не важно каких. Если в любом будущем исследовании мы или кто-то другой будет наблюдать что-либо, ему нужно будет учесть вклад атмосферы в свое наблюдение, и для этого он может воспользоваться, в том числе, и результатами данной работы. Не зависимо от того, в чем состоит суть какого-либо будущего исследования, коэффициенты ослабления будут востребованы, т.к. свет в любом случае проходит через атмосферу.

Закон Бугера

Пусть, если свет проходит сквозь некоторую среду путь l_0, его линейная яркость (то есть, интенсивность) снижается в $1/\xi$ раз. То есть, составляет долю ξ от изначальной интенсивности. Если изначальная интенсивность равняется L_0, то после прохождения в среде пути l_0, она составит ξL_0. Если свет пройдет еще такой же путь в этой среде, он ослабнет еще в $1/\xi$ раз, и интенсивность его составит $\xi^2 L_0$. Если же свет n раз пройдет путь l_0, его интенсивность снизится в $1/\xi^n$ раз, и составит $\xi^n L_0$. Выразим $n = l/l_0$, где l - путь, пройденный светом в среде. Тогда конечная интенсивность света $L = \xi^{l/l_0} L_0$.

Выражение ξ^{l/l_0} запишем в виде $\xi^{l/l_0} = \exp(\ln(\xi^{l/l_0})) = \exp(l \cdot (\ln \xi)/l_0) = \exp(-\kappa \cdot l)$, где $\kappa = -(\ln \xi)/l_0$ - показатель поглощения среды. Показатель поглощения – положительная величина (т.к. $\ln \xi$ - величина отрицательная, т.к. $\xi < 1$). Показатель поглощения определяется свойствами среды (а также, зависит от длины волны). Можно сказать, что показатель поглощения равняется обратной величине расстояния, при прохождении которого свет ослабляется в e раз. Действительно, если $L/L_0 = \xi^{l'/l_0} = 1/e$, то $\ln(\xi^{l'/l_0}) = \ln(1/e)$, то есть $l' \cdot \ln(\xi)/l_0 = -1$, отсюда $l' = -l_0/\ln(\xi) = 1/\kappa$.

Свяжем начальную и конечную интенсивность света, используя показатель поглощения. Получаем $L = L_0 \exp(-\kappa \cdot l)$ - закон Бугера.

Звёздные величины. Формула Погсона

Человеческий глаз воспринимает яркость того или иного объекта не линейно. Например, видимая яркость полной Луны больше, чем видимая яркость Веги, примерно в 120000 раз. Тем не менее, мы вполне комфортно можем наблюдать как Вегу, так и полную Луну. Если бы глаз воспринимал яркость линейно, Вега казалась бы очень тусклой, почти невидимой. Либо Луна ослепляла бы нас своей яркостью.

Глаз воспринимает яркость логарифмически. Допустим, у нас есть объект A, обладающий некоторой яркостью, объект B, в χ раз ярче, чем A, и объект C, еще в χ раз ярче, чем B (или в χ^2 раз ярче, чем A). Человеку при этом кажется, что разница между яркостями объектов C и B такая же, как и между яркостями объектов B и A (тогда как на самом деле, совпадает не разница, а отношение яркостей, $L_C / L_B = L_B / L_A$. Разница же между яркостями C и B в χ раз больше, чем между B и A)

$$\frac{L_C - L_B}{L_B - L_A} = \frac{\chi^2 L_A - \chi L_A}{\chi L_A - L_A} = \frac{\chi^2 - \chi}{\chi - 1} = \chi$$

Поэтому глаз и называют логирифмическим прибором.

Можно сказать, что линейно мы воспринимаем не саму яркость, а логарифм яркости. Разница $\log_w L_C - \log_w L_B$ такая же, как и разница $\log_w L_B - \log_w L_A$, где w - некоторое основание, по которому мы прологарифмировали. Действительно:

$$\log_w L_C - \log_w L_B = \log_w (L_C / L_B) = \log_w \chi \qquad \log_w L_B - \log_w L_A = \log_w (L_B / L_A) = \log_w \chi$$

Получается, что $\log_w L_C$ больше, чем $\log_w L_B$ ровно на столько же, на сколько $\log_w L_B$ больше $\log_w L_A$.

В связи с этим целесообразно ввести логарифмическую шкалу яркости звезд и других небесных объектов (другая причина – линейная яркость различных объектов имеет весьма широкий разброс значений). Если имеется два объекта, и линейная яркость второго объекта больше, чем линейная яркость первого, в 100 раз, $L_2 / L_1 = 100$, то считается, что значение видимой звездной величины для первого объекта больше, чем для второго, на 5 единиц, $m_1 - m_2 = 5$. Пусть имеется третий объект, который ярче второго в 100 раз, $L_3 / L_2 = 100$ (и, соответственно, ярче первого в 10000 раз, $L_3 / L_1 = 10000$), тогда значение видимой звездной величины для второго объекта больше, чем для третьего, на 5 единиц, $m_2 - m_3 = 5$ (а значение видимой звездной величины для первого объекта больше, чем для третьего, на 10 единиц, $m_1 - m_3 = 5 + 5 = 10$). То есть, это обратная логарифмическая шкала: чем больше значение видимой звездной величины, тем объект тусклее.

Итак, при увеличении линейной яркости в 100 раз, значение видимой звёздной величины уменьшается на 5 единиц. Если же значение видимой звездной величины уменьшается на 1 единицу, то линейная яркость увеличивается в $100^{1/5} \approx 2.512$ раза. При уменьшении видимой звездной величины на 2 единицы, линейная яркость увеличивается в $100^{1/5} \cdot 100^{1/5} = 100^{2/5}$ раз. Если же уменьшить видимую звездную величину на 5 единиц, линейная яркость увеличивается в $100^{1/5} \cdot 100^{1/5} \cdot 100^{1/5} \cdot 100^{1/5} \cdot 100^{1/5} = 100^{5/5} = 100$ раз.

Линейные яркости и видимые звездные величины двух объектов можно связать при помощи формулы Погсона:

$$m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2)$$

Здесь 2.5 – это половина от 5, и это значение не следует путать с 2.512 (которое есть $100^{1/5}$). Пусть $L_2 / L_1 = 100$, тогда $m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2) = -2.5\lg(1/100) = -2.5 \cdot (-2) = 5$, все верно.

Считается, что видимая звездная величина Веги приблизительно равняется нулю. От видимой звёздной величины Веги отмеряются видимые звёздные величины всех остальных объектов, как в положительную сторону (более тусклые), так и в отрицательную (более яркие).

Ослабление света звёзд в атмосфере

Обозначим за N'_{air} количество воздушных масс, через которое проходит луч света от данной звезды. В зените это одна воздушная масса, а ниже – больше одной воздушной массы. С учетом кривизны (т.е. шарообразности) атмосферы, количество воздушных масс рассчитывается по следующей формуле:

$$N'_{\text{air}} = \frac{1}{\cos Z + 0.50572 \cdot (96.07995 - Z)^{-1.6364}}$$

Здесь Z - зенитное расстояние звезды, в градусах. Но нас будет более интересовать не просто количество воздушных масс, а количество воздушных масс в эквивалентном слое однородной атмосферы. Как если бы плотность всей атмосферы была такой же, как у поверхности Земли. Это количество рассчитывается по формуле $N_{\text{air}} = (N'_{\text{air}})^{0.678}$. Поскольку на самом деле, чем выше, тем воздух более разряжен, то если его мысленно везде «сжать» до плотности, как у поверхности Земли, получим $N_{\text{air}} < N'_{\text{air}}$.

Таким образом, получаем:

$$N_{\text{air}} = (\cos Z + 0.50572 \cdot (96.07995 - Z)^{-1.6364})^{-0.678}$$

Мы можем показать, что видимая звёздная величина одной и той же звезды должна линейно зависеть от количества воздушных масс N_{air}. Пусть при прохождении светом одной воздушной массы, проходит некоторая доля ξ от первоначальной интенсивности. При прохождении двух воздушных масс, проходит доля ξ от той интенсивности, что прошла первую воздушную массу (то есть, доля ξ^2 от первоначальной интенсивности). И так далее. Так мы получаем формулу $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, где L_0 - первоначальная интенсивность, L - результирующая интенсивность. Далее воспользуемся формулой Погсона, $m - m_0 = -2.5\lg(L / L_0)$, где m - фиксируемая звёздная величина, а m_0 - звёздная величина, которая наблюдалась бы у данной звезды, если бы не было атмосферы. Поскольку $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, то $L / L_0 = \xi^{N_{\text{air}}}$, и тогда $m - m_0 = -2.5\lg(\xi^{N_{\text{air}}}) = -2.5 N_{\text{air}} \lg \xi$. Поскольку ξ - это некая константа, то и $-2.5\lg \xi$ - тоже константа. Получается, что $(m - m_0) \sim N_{\text{air}}$.

Разберемся со знаками. Поскольку $0 \le \xi \le 1$, то $\lg \xi \le 0$, а $-2.5\lg \xi \ge 0$. С другой стороны, $m \ge m_0$, $m - m_0 \ge 0$. При прохождении лучом света атмосферы, видимая линейная яркость уменьшается, а видимая звёздная величина – увеличивается (обратная логарифмическая шкала).

Кстати, если прологарифмировать формулу $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, то мы получим, что логарифм результирующей интенсивности прямо пропорционален количеству воздушных масс. Действительно, $\lg L = \lg(L_0 \xi^{N_{\text{air}}}) = \lg L_0 + N_{\text{air}} \lg \xi$. Коэффициент пропорциональности (он равен $\lg \xi$) отрицательный, поэтому зависимость $\lg L$ от N_{air} (либо L от N_{air}, но тогда L - в логарифмической шкале) – линейно убывающая функция.

Возвращаемся к пропорциональности $(m - m_0) \sim N_{\text{air}}$. Здесь коэффициент пропорциональности обозначим α, и его нам нужно найти. Пусть некоторая звезда меняет свое положение на небе: её высота возрастает, либо уменьшается. В результате, количество воздушных масс на пути луча света от звезды к наблюдателю меняется (соответственно, уменьшается, либо возрастает). Выберем две позиции для данной звезды; в первой из них количество воздушных масс составляет $(N_{\text{air}})_1$, а во второй оно составляет $(N_{\text{air}})_2$. В первой позиции видимая интенсивность звезды равняется L_1, а во второй позиции она равняется L_2. В первой позиции видимая звездная величина звезды составляет m_1, а во второй позиции она составляет m_2. Свяжем видимые интенсивности и видимые звёздные величины формулой Погсона: $m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2)$. Оценить m_1 и m_2 в отдельности было бы проблематично, но нам это и не нужно. При помощи формулы Погсона, мы оцениваем разность $m_1 - m_2$.

Коэффициент пропорциональности между $m - m_0$ и N_{air} мы обозначили α, то есть $m - m_0 = \alpha \cdot N_{\text{air}}$, отсюда $m = m_0 + \alpha \cdot N_{\text{air}}$. В частности, $m_1 = m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_1$ и $m_2 = m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_2$. Тогда получаем:

$$m_1 - m_2 = (m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_1) - (m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_2) = \alpha \cdot ((N_{\text{air}})_1 - (N_{\text{air}})_2)$$

С другой стороны, $m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2)$, тогда $-2.5\lg(L_1 / L_2) = \alpha \cdot ((N_{\text{air}})_1 - (N_{\text{air}})_2)$, и тогда искомый коэффициент равняется:

$$\alpha = \frac{2.5\lg(L_1 / L_2)}{(N_{\text{air}})_2 - (N_{\text{air}})_1}$$

Методика расчета коэффициента поглощения атмосферы

Для расчета коэффициента поглощения мы получаем серию фотографий звездного поля, сделанную с небольшим интервалом времени. Всего на поле M звёзд, а количество фотографий равняется N. Для каждой звезды на каждом снимке нам известны: количество воздушных масс, через которое проходит луч света от данной звезды, причем, не просто геометрическое количество воздушных масс, а количество воздушных масс в эквивалентном слое однородной атмосферы, $N_{\text{air}}(n, m)$, а также линейная яркость звезды, $L(n, m)$. Здесь n - номер фотографии, m - номер звезды.

Если использовать звезду номер m и снимки номер n_1 и n_2, мы получим, что коэффициент поглощения атмосферы

$$\alpha = \frac{2.5\lg(L(n_1, m) / L(n_2, m))}{N_{\text{air}}(n_2, m) - N_{\text{air}}(n_1, m)}$$

Однако, всего у нас имеется N снимков и M звёзд. Из N снимков можно составить $N(N-1)/2$ пар. Если рассматривать только 1 звезду на N снимках, мы, таким образом получим $N(N-1)/2$ значений α. Для M звезд мы получаем $MN(N-1)/2$ значений α.

$$\alpha(n_1, n_2, m) = \frac{2.5\lg(L(n_1, m) / L(n_2, m))}{N_{\text{air}}(n_2, m) - N_{\text{air}}(n_1, m)} \quad \text{где} \quad n_1 = 1...(N-1),\ n_2 = (n_1 + 1)...N,\ m = 1...M$$

Обозначим количество рассчитанных значений коэффициентов $MN(N-1)/2=S$, а сами значения коэффициентов обозначим так:

$$\alpha(1,2,1)=\alpha_1,\ \alpha(1,3,1)=\alpha_2,\ \alpha(1,3,1)=\alpha_3,\ \ldots,\ \alpha(1,N,1)=\alpha_{N-1},\ \alpha(2,3,1)=\alpha_N,$$
$$\alpha(2,4,1)=\alpha_{N+1},\ \ldots,\ \alpha(2,N,1)=\alpha_{2N-3},\ \alpha(3,4,1)=\alpha_{2N-2},\ \ldots,\ \ldots,\ \alpha(N-1,N,1)=\alpha_{N(N-1)/2},$$
$$\alpha(1,2,2)=\alpha_{N(N-1)/2+1},\ \alpha(1,3,2)=\alpha_{N(N-1)/2+2},\ \ldots,\ \ldots,\ \ldots,\ \alpha(N-1,N,M)=\alpha_S$$

Среднее значение искомого коэффициента

$$\overline{\alpha}=\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{S}\alpha_i=\frac{1}{MN(N-1)/2}\sum_{i=1}^{MN(N-1)/2}\alpha_i$$

Среднеквадратичное отклонение

$$\Delta\alpha=\sqrt{\frac{1}{S(S-1)}\sum_{i=1}^{S}(\alpha_i-\overline{\alpha})^2}=\sqrt{\frac{1}{(MN(N-1)/2)(MN(N-1)/2-1)}\sum_{i=1}^{MN(N-1)/2}(\alpha_i-\overline{\alpha})^2}$$

Расчет количества воздушных масс

Как мы сказали, для каждой звезды на каждом снимке нам известны количество воздушных масс (в эквивалентном слое однородной атмосферы), а также линейная яркость звезды. Но откуда они известны?

Начнем с количества воздушных масс. Оно определяется по уже упоминавшееся формуле

$$N_{\mathrm{air}}=(\cos Z+0.50572\cdot(96.07995-Z)^{-1.6364})^{-0.678}$$

То есть, необходимо знать зенитное расстояние звезды, Z. Вообще, в этом параграфе мы обсудим не сам расчет количества воздушных масс, а всю предварительную работу для этого расчета. Зенитное расстояние определяется по формуле $Z=90-H$, где H - высота звезды, в градусах. Высоту звезды можно определить по формуле

$$H=\arcsin(\sin\varphi\cdot\sin\delta+\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos\tau)$$

Здесь φ - географическая широта местности, δ - склонение звезды, τ - часовой угол звезды. Часовой угол звезды равняется 0, когда звезда находится в своей верхней кульминации, или 180 градусов, когда она в своей нижней кульминации. Часовой угол рассчитывается по формуле $\tau=s-Ra$, где s - местное звёздное время, Ra - прямое восхождение звезды (то и другое – в градусах, если τ мы тоже определяем в градусах). Местное звёздное время (в градусах) определим по формуле $s=s_0\cdot 360+\lambda$, где λ - географическая долгота места наблюдения, в градусах, а s_0 - звездное время по Гринвичу, но на этот раз не в градусах, а в звёздных сутках (поэтому идет умножение на 360).

Звездное время можно измерять либо в градусах (тогда за звездные сутки, которые равняются 23 часам 56 минутам 4.090530833 секундам, звездное время равномерно увеличивается от 0 до 360 градусов), либо в звездных часах, звездных минутах и звездных секундах (23 часа 56 минут и 4.090530833 секунды солнечного времени – это ровно 24 часа звездного времени), либо в звездных сутках (1 звездные сутки это 24 часа звездного времени, или 360 градусов звездного времени). В звездных сутках, значение звездного времени может быть от 0 до 1. Если же мы получаем значение, скажем, больше чем 1, то необходимо взять его дробную часть.

Известно, что на момент полуночи 1 января 2000 года, гринвичское звездное время составляло 99.96424625 градусов, или 99.96424625 / 360 звездных суток, а Юлианская дата составляла 2451544.5. И звездное время, и Юлианская дата, это величины, увеличивающиеся равномерно. За 86400 секунд солнечного времени (солнечные сутки), Юлианская дата увеличивается ровно на 1, а звездное время – чуть более, чем на 1 звездные сутки (а точнее, на 86400 / 86164.090530833 звездных суток; здесь

86164.090530833 – это количество солнечных секунд в звездных сутках). Итоговая формула для s_0:

$$s_0 = \left\{ \frac{99.96425625}{360} + (JD - 2451544.5)\frac{86400}{86164.090530833} \right\}$$

Здесь фигурные скобки означают дробную часть числа, а JD - это текущая Юлианская дата.

Юлианская дата рассчитывается, исходя из времени снимков, следующим образом. Пусть $year$, $month$ и day - соответственно, год, месяц и день снимка; $hour$, $minute$, $second$ - соответственно, час, минута и секунда снимка; а $timezone$ - часовой пояс местности, где сделан снимок (предполагается, что время снимка указано местное). Тогда введем вспомогательные переменные:

$$a = \left[\frac{14 - month}{12} \right] \qquad y = year + 4800 - a \qquad m = month + 12a - 3$$

Квадратные скобки означают целую часть числа. Далее, рассчитываем Юлианский день

$$JDN = day + \left[\frac{153m + 2}{5} \right] + 365y + \left[\frac{y}{4} \right] - \left[\frac{y}{100} \right] + \left[\frac{y}{400} \right] - 32045$$

Затем гринвичский час $h = hour - timezone$, и Юлианскую дату:

$$JD = JDN + \frac{h - 12}{24} + \frac{minute}{1440} + \frac{second}{86400}$$

И скажем пару слов про экваториальные координаты звезды: склонение δ и прямое восхождение Ra. Экваториальные координаты являются «табличными» данными. То есть, мы считаем (в рамках данной работы), что у каждой звезды экваториальные координаты неизменны. Они задают положения звезд на небесной сфере. Склонение может иметь значение от –90 градусов (южный полюс мира) до 90 градусов (северный полюс мира). Склонение 0 соответствует небесному экватору, отрицательные склонения – южной полусфере небесной сферы; положительные – северной.

Прямое восхождение может иметь значение от 0 часов (небесный меридиан, проходящий через точку весеннего равноденствия) до 24 часов (этот же небесный меридиан). Прямое восхождение 12 часов – небесный меридиан, проходящий через точку осеннего равноденствия; 6 часов – небесный меридиан, проходящий через точку летнего солнцестояния; 18 часов – небесный меридиан, проходящий через точку зимнего солнцестояния. Но перед тем, как использовать формулу $\tau = s - Ra$, нам необходимо перевести прямое восхождение в градусы. Один час прямого восхождения это 15 градусов, одна минута прямого восхождения – это 1 / 4 градуса, одна секунда прямого восхождения – это 1 / 240 градуса.

Внимание: минута прямого восхождения не является угловой минутой, а секунда прямого восхождения не является угловой секундой. Одна угловая минута – это 1 / 60 градуса, а одна угловая секунда – это 1 / 3600 градуса. В принципе, угловые минуты и секунды можно использовать для обозначения прямого восхождения, но обычно они используются для обозначения склонения.

Определение линейной яркости звёзд

Далее рассмотрим, как определить линейную яркость звезд. Для этого нам понадобится программа **Maxim**. Запускаем её и открываем с её помощью фото в «исходном» формате (если использовался фотоаппарат Nikon, то это формат *.*NEF*). Подбираем контраст, двигая зеленый и красный треугольники в окошке **Screen Stretch**. Подбираем масштаб колесиком мыши. Далее, в окошке **Standard** включаем **Toggle Information**. Наводим «прицел» на нужную звезду. И в окошке **Information** смотрим параметр **Intensity**.

Кроме того, может понадобиться определить яркость в том или ином фильтре. Для этого нажимаем **color**, далее **convert color**. Выбираем для конвертации свою модель фотоаппарата (нужно выбрать тот, которым получены снимки). Далее выбираем **color**, затем **split tricolor**.

Определение экваториальных координат звезд

В позапрошлом параграфе мы обсудили предварительную работу, которую необходимо сделать, чтобы определить количество воздушных масс. Для этого нам необходимо знать географические координаты места наблюдения, точное время снимка и экваториальные координаты звезды. С географическими координатами, скорее всего, проблем возникнуть не должно. Определение времени снимка обсудим в следующем параграфе, а сейчас рассмотрим определение экваториальных координат звезд.

Первый способ определения экваториальных координат – при помощи звездной карты **Aladin**. Нужно открыть звездную карту по ссылке https://aladin.u-strasbg.fr/AladinLite/, найти нужную область при помощи мыши, масштаб менять колесиком. Либо: ввести в поле **Target** экваториальные координаты точки или звезды в нужной области, в формате `hh mm ss.s ±gg mm ss` (например, для Кастора `07 34 36.0 +31 53 18`, а для Денеболы `11 49 03.6 +14 34 19`). Сначала идет прямое восхождение, затем склонение. Указанные координаты будут в центре экрана. А в левом верхнем углу экрана будут отображаться координаты того места, куда наведена мышь. Так, можно определить экваториальные координаты всех звезд на снимке, если правильно отождествить его с картой.

Второй способ: выполнить отождествление автоматически. Для этого необходимо пройти по ссылке http://nova.astrometry.net/upload и загрузить нужную фотографию (нажать кнопку «**обзор**», выбрать нужный файл, нажать кнопку «**открыть**», затем нажать «**upload**»). Далее нужно подождать некоторое время (секунд 10, может чуть больше). Важно ничего не нажимать сразу, иначе результат окажется неполный. Во время ожидания, страница обновится несколько раз. Наконец, сформируется страница с результатом. При нажатии кнопки «**Go to results page**», попадаем на страницу с более подробным результатом. На снимке будут отмечены звезды и прочие объекты. А в нижнем правом углу страницы будет показано, где находится сфотографированный участок неба среди остальных созвездий. Поскольку нас интересуют экваториальные координаты найденных на снимке звезд, можно определить их при помощи Йельского каталога ярких звёзд (ссылка https://www.handprint.com/ASTRO/XLSX/Yale_BSC.xlsx). В данной версии этого каталога, столбец **A** – название звезды; столбцы **K** и **L** – прямое восхождение, в двух разных форматах; столбцы **M** и **N** – склонение, в двух разных форматах.

Определение точного времени снимков

Также необходимой информацией для расчетов является точное время снимков. Его можно посмотреть в свойствах файла *.*JPG* (если используется фотоаппарат Nikon, его можно настроить так, чтобы при каждом снимке получалось два файла – файл в «исходном» формате *.*NEF*, и файл *.*JPG*, создающийся параллельно). Внимание: «время снимка» - это не «дата создания файла», не «дата изменения» и не «дата открытия». Время снимка можно узнать следующим образом: кликнуть правой кнопкой мыши на файл *.*JPG*, выбрать пункт «**свойства**», открыть вкладку «**сводка**», нажать кнопку «**дополнительно**», найти свойство «**Дата снимка**». Примечание: мы получим правильное время снимка в том случае, если на момент снимка, на фотоаппарате было установлено корректное время.

Онлайн-программа «Atmospheric extinction»

В рамках данной работы была создана онлайн-программа «**Atmospheric extinction**», представляющая собой мини веб-сайт. При работе с этой программой, мы можем ввести в неё данные тремя разными способами: собственно, **ввести**, либо **импортировать**, либо **загрузить** (впрочем, все три способа должны привести к одинаковому результату).

При **вводе** данных мы заполняем специальную форму ввода. Здесь мы указываем координаты места наблюдения, время фотографий и экваториальные координаты звезд. Координаты места наблюдения – это широта и долгота. Они указываются в градусах и дробных долях градуса (внимание: не в градусах-минутах-секундах). Для широты значения могут быть от –90 градусов (южный полюс) до 90 градусов (северный полюс). Широта 0 соответствует экватору, отрицательные широты – южному полушарию, положительные – северному. Для долготы значения могут быть от –180 градусов (линия перемены дат) до 180 градусов (тоже линия перемены дат). Долгота 0 соответствует Гринвичскому меридиану, отрицательные долготы – западному полушарию, положительные – восточному. Кроме того, необходимо указать часовой пояс, выбрать его в выпадающем списке.

Координаты места наблюдения можно определить автоматически, при помощи **Яндекс-карт**. Но часовой пояс они не определяют, его нужно выбрать вручную.

Время снимков можно указать в одном из трех форматов: либо «год-месяц-день-час-минута-секунда», либо «год-месяц-день и дробная часть дня», либо «год и дробная часть года». Можно добавить до 10 фотографий.

При вводе экваториальных координат звезд, ввести склонение можно в одном из двух форматов: либо «градусы – угловые минуты – угловые секунды и доли угловых секунд», либо «градусы и доли градуса». Прямое восхождение можно ввести в одном из трех форматов: либо «часы дуги – минуты дуги – секунды дуги и доли секунд дуги», либо «градусы – угловые минуты – угловые секунды и доли угловых секунд», либо «градусы и доли градуса». Можно добавить до 10 звезд.

В случае **импортирования** данных, пользователю предлагается заполнить форму, состоящую всего из одного большого окна ввода. Сюда необходимо внести информацию в следующем виде:

- Первая строка: широта места наблюдения, пробел, долгота места наблюдения
- Вторая строка: количество фотографий
- Следующие строки (по количеству фотографий): время фотографий в формате «год-месяц-день-час-минута-секунда»
- Следующая строка: количество звезд
- Следующие строки (по количеству звезд): экваториальные координаты звезд в формате `hh mm ss.sss gg mm ss.ss` (часы, минуты, секунды прямого восхождения; градусы, минуты, секунды склонения)
- Следующие строки: линейные яркости звёзд, в следующем порядке: {фото1звезда1}, {фото1звезда2}, …, {фото1звездаM}, {фото2звезда1}, {фото2звезда2}, …, {фото2звездаM}, {фото3звезда1}, …, …, {фотоNзвездаM}

После занесения данных в окно, необходимо нажать кнопку «**Выполнить расчет**». В результате, все данные, которые мы внесли, автоматически заполнят ту форму ввода, которую нужно заполнять вручную, если мы выбираем пункт **ввести данные**.

Если же мы выбираем пункт **загрузить данные**, то предлагается выбрать файл для загрузки. Это должен быть текстовый файл в таком же формате, в каком мы вводим данные при **импортировании**.

После того, как данные введены одним из трех способов, происходит автоматический расчет. Первая таблица содержит информацию о фотографиях: она содержит точное время снимка, соответствующую этому времени Юлианскую дату, гринвичское звездное время (в звездных сутках) и местное звездное время (в градусах).

Следующая таблица содержит строки по количеству фотографий и столбцы по количеству звезд. Каждая ячейка соответствует определенной фотографии и определенной звезде. В ячейке содержатся следующая информация: часовой угол данной звезды (в тот момент, когда была сделана соответствующая фотография), высота звезды, зенитное расстояние звезды (все эти величины – в градусах), геометрическое количество воздушных масс и количество воздушных масс в эквивалентном слое однородной атмосферы. Все величины указаны для данной звезды и для того момента времени, когда был сделан соответствующий снимок. И, кроме того, в ячейке указывается такой параметр, как линейная яркость звезды. Этот параметр является вводимым. Если мы используем **импортирование** или **загрузку** данных, то поля с линейной яркостью заполняются автоматически. Если же мы используем **ввод** данных, то эти поля нужно заполнять вручную.

Вторая таблица позволяет в некотором смысле определить, насколько верно получены исходные данные. Если количество воздушных масс возрастает, линейная яркость должна убывать, а если количество воздушных масс уменьшается, линейная яркость должна возрастать. Если эта тенденция нарушается, возможно исправить ситуацию путем удаления одной или нескольких фотографий и/или звезд (нажать красный крестик около соответствующих строк и/или столбцов). После удаления, весь расчет будет автоматически повторен (но уже без тех фотографий и/или звезд, которые были удалены).

И далее располагается еще некоторое количество таблиц – по количеству звезд. В третьей таблице идет расчет значений коэффициента поглощения атмосферы, с использованием звезды номер 1; в четвертой таблице – с использованием звезды номер 2, и так далее. Каждая из этих таблиц содержит $N-1$ строк и $N-1$ столбцов (не считая ячеек-заголовков), то есть, всего $(N-1)^2$ ячеек, но используется из них примерно половина, а точнее, $N(N-1)/2$ ячеек. Строки пронумерованы от 1 до $N-1$, а столбцы пронумерованы от 2 до N. Задействованы ячейки: в первой строке все, от 2 до N, во второй строке от 3 до N, в третьей строке от 4 до N, и так далее. В последней, $(N-1)$-вой строке, задействована только одна, последняя, N-ная ячейка. В тех ячейках, что задействованы, происходит расчет коэффициента поглощения атмосферы с использованием данной звезды, на двух разных фотографиях – одна из этих фотографий определяется номером соответствующей строки, а другая – номером соответствующего столбца.

В каждой из этих M таблиц рассчитывается $N(N-1)/2$ значений коэффициента поглощения атмосферы, то есть, всего мы получаем $MN(N-1)/2$ значений. Далее рассчитывается среднее значение, среднеквадратичное отклонение, и выводится результат.

Общая методика работы

- Получаем серию фотографий звездного поля
- Идентифицируем звёзды
  - Выбираем одну любую фотографию
  - Проходим по ссылке http://nova.astrometry.net/upload и загружаем выбранную фотографию (кнопка «**обзор**», выбор нужного файла, кнопка «**открыть**», затем кнопка «**upload**»)
  - Далее нужно подождать некоторое время (секунд 10, может чуть больше). Важно ничего не нажимать сразу, иначе результат окажется неполный. Во время ожидания, страница обновится несколько раз

- Наконец, сформируется страница с результатом. При нажатии кнопки «**Go to results page**», попадаем на страницу с более подробным результатом. На снимке будут отмечены звезды и прочие объекты.
- Открываем Йельский каталог ярких звезд, по ссылке https://www.handprint.com/ASTRO/XLSX/Yale_BSC.xlsx.
- Сравниваем названия звёзд, выданные астрометрией, с названиями в каталоге (столбец **A**). В столбцах **K** и **L** смотрим прямое восхождение звезды, а в столбцах **M** и **N** – склонение.

- Для каждой фотографии определяем время
  - Кликнуть правой кнопкой мыши на файл *.*JPG*, выбрать пункт «**свойства**», открыть вкладку «**сводка**», нажать кнопку «**дополнительно**», найти свойство «**Дата снимка**».
- Определяем линейные яркости звёзд, для каждой фотографии и каждой звезды
  - Запускаем программу **Maxim**
  - С её помощью открываем фото в «исходном» формате (если использовался фотоаппарат Nikon, то это формат *.*NEF*).
  - Подбираем контраст, двигая зеленый и красный треугольники в окошке **Screen Stretch**.
  - Подбираем масштаб колесиком мыши. Далее, в окошке **Standard** включаем **Toggle Information**.
  - Наводим «прицел» на нужную звезду. И в окошке **Information** смотрим параметр **Intensity**.
  - Кроме того, может понадобиться определить яркость в том или ином фильтре. Для этого нажимаем **color**, далее **convert color**. Выбираем для конвертации свою модель фотоаппарата (нужно выбрать тот, которым получены снимки). Далее выбираем **color**, затем **split tricolor**
- Составляем файл, содержащий информацию о наблюдательной серии:
  - Первая строка: широта места наблюдения, пробел, долгота места наблюдения
  - Вторая строка: количество фотографий
  - Следующие строки (по количеству фотографий): время фотографий в формате «год-месяц-день-час-минута-секунда»
  - Следующая строка: количество звезд
  - Следующие строки (по количеству звезд): экваториальные координаты звезд в формате `hh mm ss.sss gg mm ss.ss` (часы, минуты, секунды прямого восхождения; градусы, минуты, секунды склонения)
  - Следующие строки: линейные яркости звёзд, в следующем порядке: {фото1звезда1}, {фото1звезда2}, …, {фото1звезда*M*}, {фото2звезда1}, {фото2звезда2}, …, {фото2звезда*M*}, {фото3звезда1}, …, …, {фото*N*звезда*M*}
- Запускаем **Atmospheric extinction**, выбираем пункт **импортировать данные**, копируем информацию о наблюдательной серии в поле ввода. Нажимаем **выполнить расчет**
- Смотрим на тенденцию: чем больше количество воздушных масс, тем линейная яркость должна быть меньше (и наоборот). Если тенденция где-то нарушена, пробуем исправить ситуацию, удалением некоторых фотографий и/или звезд.
- Коэффициент поглощения атмосферы рассчитывается автоматически. Смотрим результат.

Перспективы усовершенствования программы «Atmospheric extinction»

В перспективе планируется создать своего рода наблюдательную базу. Различные (независимые друг от друга) наблюдатели будут оставлять в этой базе свои данные о проделанных сериях фотографических наблюдений звездных полей. Данные будут накапливаться и автоматически анализироваться.

При накоплении большого количества наблюдательных данных, возможно проводить различные способы их анализа, например, для одного и того же места наблюдения определить изменение коэффициента поглощения атмосферы в зависимости от времени года.

Дополнение. Зависимость ослабления света от зенитного расстояния

Имеется серия фотографий звездного поля, сделанная с небольшим интервалом времени. Всего на поле M звезд, а количество фотографий обозначим N. Кроме того, обозначим:

- $m_{\text{вид}}$ - видимая звездная величина звезды. Оценить её на глаз проблематично, поэтому этот параметр объявляем неизвестным.
- $L_{\text{вид}}$ - видимая линейная яркость звезды. Определить яркость в линейных единицах возможно, например, при помощи программы **Maxim**. Таким образом, этот параметр известен.

Нам необходимо рассмотреть одну и ту же звезду на двух разных фотографиях. Пусть $(m_{\text{вид}})_1$ и $(m_{\text{вид}})_2$ - видимые звездные величины одной и той же звезды на разных фотографиях. Высота звезды H составляет H_1 на первой фотографии и H_2 на второй. Мы можем записать, что

$$\begin{cases} m_{\text{вид}} \equiv m_{\text{вид}}|_{H=90} & \text{при} \quad H = 90^{\circ} \\ m_{\text{вид}} > m_{\text{вид}}|_{H=90} & \text{при} \quad H < 90^{\circ} \end{cases}$$

Введем величину Z - зенитное расстояние звезды, $Z = 90^{\circ} - H$, тогда $m_{\text{вид}}|_{H=90} \equiv m_{\text{вид}}|_{Z=0}$, $Z_1 = 90^{\circ} - H_1$ и $Z_2 = 90^{\circ} - H_2$.

$$\begin{cases} m_{\text{вид}} \equiv m_{\text{вид}}|_{Z=0} & \text{при} \quad Z = 0^{\circ} \\ m_{\text{вид}} > m_{\text{вид}}|_{Z=0} & \text{при} \quad Z > 0^{\circ} \end{cases}$$

Предположим, что $m_{\text{вид}}$ линейно зависит от Z, а именно: $m_{\text{вид}} = m_{\text{вид}}|_{Z=0} + kZ$, где k - коэффициент пропорциональности.

Используем формулу Погсона, куда подставим видимую звездную величину двух разных наблюдений одной и той же звезды (мы обозначили их $(m_{\text{вид}})_1$ и $(m_{\text{вид}})_2$). Соответствующие линейные яркости этой же звезды в тех же двух наблюдениях обозначим $(L_{\text{вид}})_1$ и $(L_{\text{вид}})_2$. Тогда

$$(m_{\text{вид}})_1 - (m_{\text{вид}})_2 = -2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)$$

Преобразуем разность звездных величин:

$$(m_{\text{вид}})_1 - (m_{\text{вид}})_2 = (m_{\text{вид}}|_{Z=0} + kZ_1) - (m_{\text{вид}}|_{Z=0} + kZ_2) = kZ_1 - kZ_2 = k \cdot (Z_1 - Z_2)$$

Тогда получаем

$$k \cdot (Z_1 - Z_2) = -2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2) \qquad k = \frac{2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)}{Z_2 - Z_1}$$

Так мы определяем k по одной звезде и двум фотографиям. Всего у нас имеется N фотографий, то есть, каждая звезда сфотографирована N раз. Чтобы один раз определить k, нам нужна пара разных наблюдений одной и той же звезды. Если у нас N наблюдений этой звезды, то мы можем составить $N(N-1)/2$ пар наблюдений, и определить $N(N-1)/2$ значений для k, только по одной звезде. Если звезд M, то всего мы получим $MN(N-1)/2$ значений для k.

Обозначим $Z_{(j)}^{(i)}$ - зенитное расстояние j-той звезды на i-той фотографии; $L_{\text{вид}(j)}^{(i)}$ - видимая линейная яркость j-той звезды на i-той фотографии. i - номер фотографии, меняется от 1 до N; j - номер звезды, меняется от 1 до M. Если речь о двух разных наблюдениях одной и той же звезды, значит i разные (обозначим i_1 и i_2), а j - одно и то же. $MN(N-1)/2$ значений для k получаем следующим образом:

$$k = \frac{2.5\lg\left(L_{\text{вид}(j)}^{(i_1)} / L_{\text{вид}(j)}^{(i_2)}\right)}{Z_{(j)}^{(i_2)} - Z_{(j)}^{(i_1)}} \quad \text{где} \quad \begin{cases} j = 1...M \\ i_1 = 1...(N-1) \\ i_2 = (i_1+1)...N \end{cases}$$

Далее рассмотрим более точный способ. Предположим, что $m_{\text{вид}}$ зависит от Z не линейно, а полиноминально:

$$m_{\text{вид}} = A_0 + A_1 Z + A_2 Z^2 + A_3 Z^3 + ... + A_n Z^n$$

Здесь n - степень полинома; A_0, A_1, A_2, …, A_n - коэффициенты. Коэффициент A_0 - это примерно то же, что в прошлый раз мы обозначили как $m_{\text{вид}}|_{Z=0}$. Коэффициент A_1 - это примерно то же, что в прошлый раз мы обозначили как k. Остальные коэффициенты в прошлый раз были равны нулю.

Используем формулу Погсона, куда подставим видимую звездную величину двух разных наблюдений одной и той же звезды (мы обозначили их $(m_{\text{вид}})_1$ и $(m_{\text{вид}})_2$). Соответствующие линейные яркости этой же звезды в тех же двух наблюдениях обозначим $(L_{\text{вид}})_1$ и $(L_{\text{вид}})_2$. Тогда

$$(m_{\text{вид}})_1 - (m_{\text{вид}})_2 = -2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)$$

Преобразуем разность звездных величин:

$$\begin{gathered}(m_{\text{вид}})_1 - (m_{\text{вид}})_2 = \\ = (A_0 + A_1 Z_1 + A_2 Z_1^2 + A_3 Z_1^3 + ... + A_n Z_1^n) - (A_0 + A_1 Z_2 + A_2 Z_2^2 + A_3 Z_2^3 + ... + A_n Z_2^n) = \\ = A_1(Z_1 - Z_2) + A_2(Z_1^2 - Z_2^2) + A_3(Z_1^3 - Z_2^3) + ... + A_n(Z_1^n - Z_2^n)\end{gathered}$$

Тогда получаем:

$$A_1(Z_1 - Z_2) + A_2(Z_1^2 - Z_2^2) + A_3(Z_1^3 - Z_2^3) + ... + A_n(Z_1^n - Z_2^n) = -2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)$$

$$A_1(Z_2 - Z_1) + A_2(Z_2^2 - Z_1^2) + A_3(Z_2^3 - Z_1^3) + ... + A_n(Z_2^n - Z_1^n) = 2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)$$

Так как зенитные расстояния звезд известны, то и величины $Z_2 - Z_1$, $Z_2^2 - Z_1^2$, $Z_2^3 - Z_1^3$, …, $Z_2^n - Z_1^n$ являются известными. Величина $2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)$ также известна. Имеем линейное уравнение с неизвестными коэффициентами A_1, A_2, …, A_n.

Если всего у нас N фотографий и M звезд, то мы можем рассмотреть $MN(N-1)/2$ пар наблюдений, и получить систему из $MN(N-1)/2$ уравнений. Чтобы число неизвестных совпало с числом уравнений, возьмем $n = MN(N-1)/2$. Система из $n = MN(N-1)/2$ линейных уравнений будет выглядеть так:

$$\begin{gathered}A_1(Z_{(j)}^{(i_2)} - Z_{(j)}^{(i_1)}) + A_2((Z_{(j)}^{(i_2)})^2 - (Z_{(j)}^{(i_1)})^2) + A_3((Z_{(j)}^{(i_2)})^3 - (Z_{(j)}^{(i_1)})^3) + \\ + ... + A_n((Z_{(j)}^{(i_2)})^n - (Z_{(j)}^{(i_1)})^n) = 2.5\lg((L_{\text{вид}})_1/(L_{\text{вид}})_2)\end{gathered} \qquad \begin{cases} j = 1...M \\ i_1 = 1...(N-1) \\ i_2 = (i_1+1)...N \end{cases}$$

Решая её (например, методом Гаусса), получаем A_1, A_2, …, A_n.

Обычно, значение $MN(N-1)/2$ довольно велико, и чтобы не решать огромную систему, можно задать $n < MN(N-1)/2$, и решить много систем, но более мелких. Итак, пусть $n < MN(N-1)/2$. У нас $MN(N-1)/2$ различных уравнений в принципе, но составляя очередную систему, мы должны использовать только n из них. Возможное число систем уравнений, которое можно будет записать – это число сочетаний из $MN(N-1)/2$ по n.

$$C^n_{MN(N-1)/2} = \frac{(MN(N-1)/2)!}{(MN(N-1)/2-n)! \cdot n!}$$

У нас будет $C^n_{MN(N-1)/2}$ систем уравнений, и решение каждой даст набор коэффициентов A_1, A_2, …, A_n. Пусть некий параметр l меняется от 1 до n, а s меняется от 1 до $C^n_{MN(N-1)/2}$. Тогда $A_l^{(s)}$ - это l-тый коэффициент, полученный в решении s-той системы уравнений. Таким образом, для каждого коэффициента будем иметь $C^n_{MN(N-1)/2}$ значений.