Ослабление света звёзд в атмосфере

Обозначим за N'_{air} количество воздушных масс, через которое проходит луч света от данной звезды. В зените это одна воздушная масса, а ниже – больше одной воздушной массы. С учетом кривизны (т.е. шарообразности) атмосферы, количество воздушных масс рассчитывается по следующей формуле:

$$N'_{\text{air}} = \frac{1}{\cos Z + 0.50572 \cdot (96.07995 - Z)^{-1.6364}}$$

Здесь Z - зенитное расстояние звезды, в градусах. Но нас будет более интересовать не просто количество воздушных масс, а количество воздушных масс в эквивалентном слое однородной атмосферы. Как если бы плотность всей атмосферы была такой же, как у поверхности Земли. Это количество рассчитывается по формуле $N_{\text{air}} = (N'_{\text{air}})^{0.678}$. Поскольку на самом деле, чем выше, тем воздух более разряжен, то если его мысленно везде «сжать» до плотности, как у поверхности Земли, получим $N_{\text{air}} < N'_{\text{air}}$.

Таким образом, получаем:

$$N_{\text{air}} = (\cos Z + 0.50572 \cdot (96.07995 - Z)^{-1.6364})^{-0.678}$$

Мы можем показать, что видимая звёздная величина одной и той же звезды должна линейно зависеть от количества воздушных масс N_{air}. Пусть при прохождении светом одной воздушной массы, проходит некоторая доля ξ от первоначальной интенсивности. При прохождении двух воздушных масс, проходит доля ξ от той интенсивности, что прошла первую воздушную массу (то есть, доля ξ^2 от первоначальной интенсивности). И так далее. Так мы получаем формулу $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, где L_0 - первоначальная интенсивность, L - результирующая интенсивность. Далее воспользуемся формулой Погсона, $m - m_0 = -2.5 \lg(L / L_0)$, где m - фиксируемая звёздная величина, а m_0 - звёздная величина, которая наблюдалась бы у данной звезды, если бы не было атмосферы. Поскольку $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, то $L / L_0 = \xi^{N_{\text{air}}}$, и тогда $m - m_0 = -2.5 \lg(\xi^{N_{\text{air}}}) = -2.5 N_{\text{air}} \lg \xi$. Поскольку ξ - это некая константа, то и $-2.5 \lg \xi$ - тоже константа. Получается, что $(m - m_0) \sim N_{\text{air}}$.

Разберемся со знаками. Поскольку $0 \le \xi \le 1$, то $\lg \xi \le 0$, а $-2.5 \lg \xi \ge 0$. С другой стороны, $m \ge m_0$, $m - m_0 \ge 0$. При прохождении лучом света атмосферы, видимая линейная яркость уменьшается, а видимая звёздная величина – увеличивается (обратная логарифмическая шкала).

Кстати, если прологарифмировать формулу $L = L_0 \xi^{N_{\text{air}}}$, то мы получим, что логарифм результирующей интенсивности прямо пропорционален количеству воздушных масс. Действительно, $\lg L = \lg(L_0 \xi^{N_{\text{air}}}) = \lg L_0 + N_{\text{air}} \lg \xi$. Коэффициент пропорциональности (он равен $\lg \xi$) отрицательный, поэтому зависимость $\lg L$ от N_{air} (либо L от N_{air}, но тогда L - в логарифмической шкале) – линейно убывающая функция.

Возвращаемся к пропорциональности $(m - m_0) \sim N_{\text{air}}$. Здесь коэффициент пропорциональности обозначим α, и его нам нужно найти. Пусть некоторая звезда меняет свое положение на небе: её высота возрастает, либо уменьшается. В результате, количество воздушных масс на пути луча света от звезды к наблюдателю меняется (соответственно, уменьшается, либо возрастает). Выберем две позиции для данной звезды; в первой из них количество воздушных масс составляет $(N_{\text{air}})_1$, а во второй оно составляет $(N_{\text{air}})_2$. В первой позиции видимая интенсивность звезды равняется L_1, а во второй позиции она равняется L_2. В первой позиции видимая звездная величина звезды составляет m_1, а во второй позиции она составляет m_2. Свяжем видимые интенсивности и видимые звёздные величины формулой Погсона: $m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2)$. Оценить m_1 и m_2 в отдельности было бы проблематично, но нам это и не нужно. При помощи формулы Погсона, мы оцениваем разность $m_1 - m_2$.

Коэффициент пропорциональности между $m - m_0$ и N_{air} мы обозначили α, то есть $m - m_0 = \alpha \cdot N_{\text{air}}$, отсюда $m = m_0 + \alpha \cdot N_{\text{air}}$. В частности, $m_1 = m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_1$ и $m_2 = m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_2$. Тогда получаем:

$$m_1 - m_2 = (m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_1) - (m_0 + \alpha \cdot (N_{\text{air}})_2) = \alpha \cdot ((N_{\text{air}})_1 - (N_{\text{air}})_2)$$

С другой стороны, $m_1 - m_2 = -2.5\lg(L_1 / L_2)$, тогда $-2.5\lg(L_1 / L_2) = \alpha \cdot ((N_{\text{air}})_1 - (N_{\text{air}})_2)$, и тогда искомый коэффициент равняется:

$$\alpha = \frac{2.5\lg(L_1 / L_2)}{(N_{\text{air}})_2 - (N_{\text{air}})_1}$$